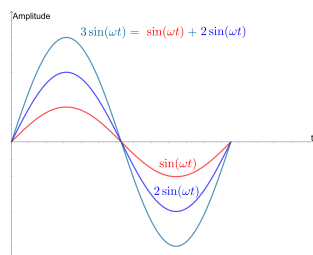


Control de Sistemas No Lineales

Más allá de la superposición y linealización

Un sistema $x(t)$ se considera *lineal* cuando cumple con el principio de superposición, es decir, si contiene dos o más términos $x_1(t), \dots, x_n(t)$, la respuesta del sistema será igual a la suma de ellos

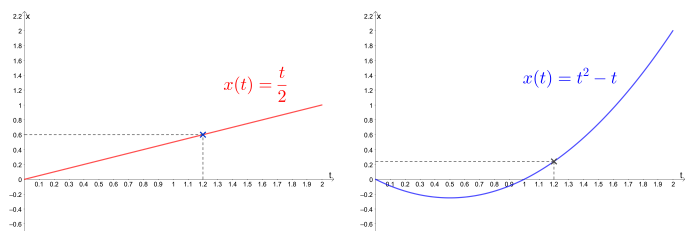


Por otra parte, en un sistema *no lineal* el principio de superposición no se cumple, lo que implica un análisis matemático avanzado, entonces, **¿solamente los sistemas lineales pueden controlarse en entornos reales?**

Puntos Clave

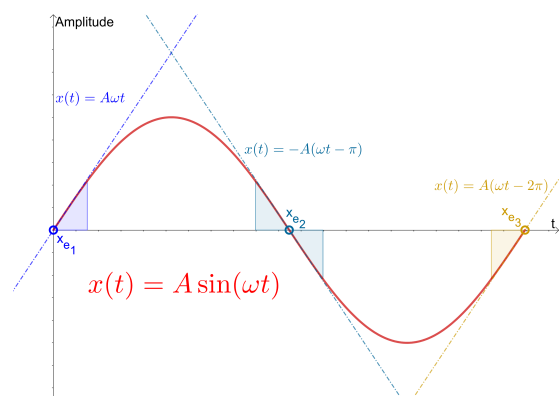
- ❑ **Sistema Lineal:** aquél donde la variable dependiente x está relacionada con las variables independientes t en una proporción directa, es decir, si existe un cambio en t , x cambiará en la misma proporción
- ❑ **Sistema No Lineal:** no existe una relación directa entre las variables dependiente e independiente. Aquí, la respuesta x cambia, pero no en relación directa a los cambios en t

EN sistemas de control, el análisis lineal es ampliamente utilizado ya que simplifica el diseño de controladores o el estudio de su estabilidad, sin embargo, **la naturaleza de los sistemas dinámicos es no lineal, por lo que sus modelos matemáticos solamente son una aproximación a su comportamiento real**, ya que no existen funciones que describan un fenómeno físico con total precisión.



Ejemplo de un sistema a) **lineal**, donde la relación entre la variable dependiente e independiente es directa, e.g. cada cambio en el valor de t provoca una respuesta proporcional en x y b) **no lineal**, donde no existe proporcionalidad entre los cambios de t y x

Por esta razón, **es común que en la práctica de ingeniería se linealicen los modelos matemáticos de un sistema dinámico alrededor de algún punto de equilibrio**, i.e. se considera que el sistema solamente actuará en un intervalo específico durante todo su ciclo de funcionamiento, **lo que resulta útil cuando el sistema se encuentra aislado y sin riesgo a cambios o perturbaciones que afecten su comportamiento.**



La función $x(t) = A \sin(\omega t)$ puede linealizarse alrededor de sus puntos de equilibrio $x_e = \frac{n\pi}{\omega} \cdot \pi$ (donde n representa el número de semiciclos de la función) hasta $\pm \pi$ unidades lejos de ellos. Si el comportamiento del sistema se sale de esos intervalos, este no podría predecirse con los modelos lineales $x(t) = \pm A(\omega t - n\pi)$

Pero esto limita a los controladores convencionales, ya que no podrían trabajar en entornos con incertidumbre porque, si existiera un cambio no previsto en el comportamiento del sistema a controlar, las acciones correctivas no funcionarían adecuadamente, por lo tanto, **¿cómo se analiza y controla un sistema dinámico no lineal?**

zDynamics | The Future is ROBOTICS
contact@zynamics.org

- **Control de Sistemas Dinámicos:** Aprende las bases sobre cómo controlar, estimar y sintonizar automáticamente los parámetros de un sistema
- **Robótica, de la Cinemática al Control:** La robótica explica más allá de las matrices de transformación homogénea. Con herramientas útiles para tu aprendizaje, investigaciones o proyectos

Introducción

El modelo matemático de un **Sistema Dinámico No Lineal** (e.g. un robot, motor de combustión, circuito eléctrico, etcétera) puede representarse como

$$\dot{x} = Ax + g(t, x), \quad (1)$$

donde $g(t, x)$ es el vector que contiene los términos no lineales que afectan su comportamiento (e.g. perturbaciones, rozamiento, corrientes parásitas, etcétera). Para estudiar su estabilidad, se puede proponer una **Función Candidata de Lyapunov** de la forma

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T x, \quad (2)$$

cuya derivada en función del tiempo debe ser definida negativa para considerar que el sistema es asintóticamente estable

$$\dot{V}(x) = x^T \dot{x} = x^T Ax + x^T g(t, x). \quad (3)$$

Esto solamente sería válido si A fuera **definida negativa**, además que el producto $x^T g(t, x)$ también debería cumplir con este criterio, **pero es algo que no se puede garantizar debido a que podría ser definido positivo en un intervalo de valores determinado**. Entonces, **¿cómo se estudia la estabilidad de un sistema no lineal si la función candidata de Lyapunov se forma a partir del término lineal de la ecuación (1)?** Considera que la ecuación (2) se puede componer por dos términos

$$V(x) = V_{\text{Lineal}} + V_{\text{No Lineal}}, \quad (4)$$

donde V_{Lineal} es la ecuación (2), mientras que $V_{\text{No Lineal}}$ requiere de $g(t, x)$, lo que da como resultado

$$V_{\text{No Lineal}} = \int_{x_0} g(t, x)^T dx = \frac{1}{2} g(t, x)^T [J(g(t, x))]^\dagger g(t, x), \quad (5)$$

siendo $J(g(t, x))$ la matriz jacobiana de $g(t, x)$; además, $[\cdot]^\dagger$ representa el cálculo de la forma pseudoinversa de una matriz. **Esta ecuación es la Forma Generalizada de la Función Candidata de Lyapunov**, la cual puede utilizarse para encontrar la función apropiada de un término lineal o no lineal. Asimismo, su derivada en función del tiempo es

$$V_{\text{No Lineal}} = g(t, x)^T \left([J(g(t, x))]^\dagger \dot{g}(t, x) + \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} [J(g(t, x))]^\dagger g(t, x) \right) \quad (6)$$

que debe ser definida negativa para considerar que el sistema no lineal es asintóticamente estable. Debido a la complejidad de estos resultados, se deben considerar algunas limitaciones para su uso en el análisis de sistemas no lineales:

- ❑ La forma cuadrática de la ecuación (5) garantiza que se analiza la estabilidad de $g(t, x)$ sin linealizar términos, además que es definida positiva

$$V(g(t, x)) = \frac{1}{2} g(t, x)^T [J(g(t, x))]^\dagger g(t, x) > 0, \quad (7)$$

pero **no se puede asegurar que su derivada en función del tiempo será definida negativa**, ya que esto depende de $g(t, x)$, su matriz jacobiana y su forma pseudoinversa, quienes **no siempre cumplirán este criterio**

- ❑ La **Forma Generalizada de la Función Candidata de Lyapunov** no garantiza que los Sistemas Dinámicos No Lineales serán estables, ya que **esta solamente es una representación un fenómeno de disipación de energía**, sin embargo, **permite definir términos que pueden ser utilizadas para establecer funciones de control para sistemas no lineales**

Entonces, **¿cómo saber si un sistema dinámico no lineal es estable?**

#MásQueTeoría

- ❑ Los sistemas dinámicos se representan con ecuaciones diferenciales, e.g.

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{g}{l} \sin(\theta(t))$$

modela el comportamiento de un péndulo simple. Debido a su forma no lineal, es común que se linealice alrededor de los puntos donde el sistema está en equilibrio, i.e. $\theta_e = n\pi$, siendo n el número de semiciclos que completa el péndulo

- ❑ En sistemas de control, la linealización consiste en encontrar la aproximación lineal de una función cerca de un punto de equilibrio. Por ejemplo,

$$g(t, \theta) = \sin(\theta(t))$$

se puede linealizar alrededor de cada $\theta_e = n\pi$, lo que da como resultado la función lineal

$$g(t, \theta) \approx \pm(\theta(t) - \theta_e),$$

que será válida solamente cuando $\theta(t)$ se encuentre cerca de θ_e , lo que simplifica su análisis de estabilidad, pero lo limita a un comportamiento determinado

#DatoDeAmor

El cálculo de la Forma Generalizada de la Función Candidata de Lyapunov en la ecuación (5) puede simplificarse al considerar el siguiente cambio de variable

$$u = g(t, x).$$

Entonces, la derivada del vector u respecto al vector x es

$$\frac{du}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_m} \end{bmatrix}$$

$$\frac{du}{dx} = J(g(t, x))$$

$$[J(g(t, x))]^\dagger du = dx,$$

por lo tanto, la integral puede reescribirse como

$$\begin{aligned} V(x) &= \int_{x_0} g(t, x)^T dx \\ &= \int_{x_0} u^T [J(g(t, x))]^\dagger du \\ &= \frac{1}{2} u^T [J(g(t, x))]^\dagger u \\ &= \frac{1}{2} g(t, x)^T [J(g(t, x))]^\dagger g(t, x) \end{aligned}$$

Debido a que se está integrando respecto a u , la forma pseudoinversa de la matriz jacobiana se considera constante

#MásQueTeoría

- Existen sistemas dinámicos descritos con funciones avanzadas, e.g. un sistema que es perturbado con un impulso se representa con una función Delta de Dirac

$$\dot{x} = ax + \delta(t).$$

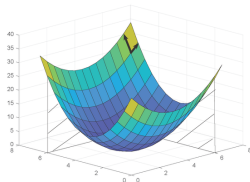
Entonces, la Forma Generalizada de su Función Candidata de Lyapunov puede calcularse con la derivada o matriz jacobiana de $\delta(t)$, sin embargo, algunas funciones podrían no ser diferenciables o tener derivadas cuyas expresiones sean aun más avanzadas que la función original

- La Función Candidata de Lyapunov $V(x)$ es un escalar obtenido a partir de vectores y matrices, por lo que los productos entre términos no son conmutativos, i.e. no pueden permutarse para simplificar operaciones

$$\int_{x_0} a^T B da \neq B \int_{x_0} a^T da$$

#DatoDeAmor

El gradiente $\nabla(\cdot)$ de una función $f(t, x)$ en un espacio vectorial representa su dirección y razón de cambio alrededor de un punto, e.g. este se representa con los vectores en una superficie



Asimismo, la matriz jacobiana $J(\cdot)$ es una extensión del gradiente y representa la dirección y razón de cambio de múltiples funciones en un mismo espacio vectorial, i.e. dada la función

$$g(t, x) = [g_1(t, x) \cdots g_m(t, x)]^T$$

su razón de cambio se describe como

$$J(g(t, x)) = \begin{bmatrix} \nabla(g_1(t, x)) \\ \vdots \\ \nabla(g_m(t, x)) \end{bmatrix};$$

Además, esta matriz se utiliza para relacionar dos sistemas de coordenadas de acuerdo al cambio de una respecto a la otra! e.g. el cambio de la posición del efector final de un robot respecto al cambio en la posición de sus articulaciones

Estabilidad de Sistemas Dinámicos No Lineales

Considera el siguiente sistema dinámico no lineal

$$\dot{x} = Ax + \cos(x) = Af(t, x) + g(t, x), \quad (8)$$

donde $\cos(x)$ es una función vectorial no lineal definida como

$$\cos(x) = [\cos(x_1) \quad \cos(x_2) \quad \cdots \cos(x_m)]^T. \quad (9)$$

Para demostrar el uso de la Forma Generalizada de la Función Candidata de Lyapunov, se considerarán las ecuaciones (4) y (5)

$$\begin{aligned} V(x, g) &= V_{\text{Lineal}} + V_{\text{No Lineal}} \\ &= \frac{1}{2}x^T [J(x)]^\dagger x + \frac{1}{2}g(t, x)^T [J(g(t, x))]^\dagger g(t, x) \end{aligned} \quad (10)$$

donde cada matriz jacobiana se define como

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial x_m}{\partial x_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \Rightarrow [J(x)]^\dagger = \mathbf{I} \quad (11)$$

$$J(\cos(x)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \cos(x_1)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \cos(x_1)}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \cos(x_m)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \cos(x_m)}{\partial x_m} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sin(x_1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sin(x_m) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Además, la forma pseudoinversa de $J(\cos(x))$ puede representarse de la siguiente manera

$$[J(\cos(x))]^\dagger = - \begin{bmatrix} \frac{1}{\sin(x_1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\sin(x_m)} \end{bmatrix} = -\text{diag}(\csc(x)); \quad (13)$$

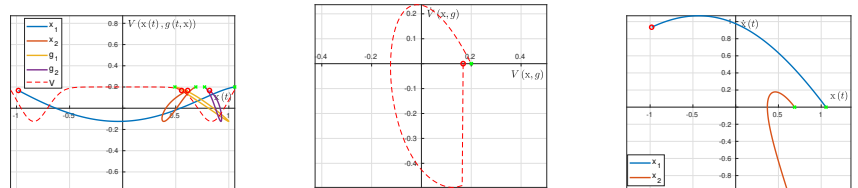
por lo tanto, la Función Candidata de Lyapunov es

$$V(x, g) = \frac{1}{2}x^T x - \frac{1}{2}\cos(x)^T \text{diag}(\csc(x)) \cos(x). \quad (14)$$

Para la simulación numérica, los parámetros de la ecuación (8) se definen como

$$A = \begin{bmatrix} -0,4251 & -0,0628 \\ 0,5894 & -2,0220 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = -0,4486 \\ \lambda_2 = -1,9984 \end{cases} \quad \text{y } x(0) = \begin{bmatrix} -0,9821 \\ 0,6125 \end{bmatrix}$$

La evolución de $x(t)$ y $V(x, g)$ muestran que las condiciones iniciales $x(0)$ (puntos **o**) delimitan la amplitud de la función candidata de Lyapunov, mientras que esta acota el comportamiento de $x(t)$ hasta que alcanza el punto de equilibrio en $x = [1,0562 \ 0,6895]^T$ (puntos **x**)



Representación gráfica de a) la Función Candidata de Lyapunov con la evolución de $x(t)$, b) Retrato de fase de $V(x, g)$ y c) Retrato de fase de $x(t)$

Debido a la complejidad de la ecuación (14), se omite el cálculo simbólico de su derivada en función del tiempo. La simulación numérica muestra que los valores de $\dot{V}(x, g)$ son predominantemente negativos, por lo que se asume que es **semi-definida negativa**, sin embargo, el sistema no tiene un punto de equilibrio en el origen, por lo que el sistema es **marginalmente estable**.

Estimación de Parámetros No Lineales

Ya que se sabe cómo analizar la estabilidad de un sistema no lineal, ahora consideremos que todos sus estados pueden ser controlados por medio de una entrada $u(t)$, que describe al sistema como

$$\dot{x} = Ax + g(t, x) + u(t). \quad (15)$$

Cuando se estudió el **Control PID**, $u(t)$ **acota el error hasta que alcanza la convergencia**, por lo tanto, esta señal se define como

$$u(t) = \underbrace{Ke(t)}_{\text{Acota el error}} - \underbrace{Ax}_{\text{Elimina el comportamiento lineal}} - \underbrace{g(t, x)}_{\text{Elimina el comportamiento no lineal}}. \quad (16)$$

Esto define a $g(t, x)$ como un término que se conoce completamente, sin embargo, es difícil definir completamente el comportamiento no lineal de un sistema en un entorno real; entonces, ¿cómo se puede controlar un sistema no lineal si sus parámetros no pueden definirse completamente? Basta con estimarlos a partir de lo que puede ser medido. Establezcamos que $u(t)$ tiene un término que eliminará a $g(t, x)$ a partir de una estimación

$$u(t) = Ke(t) - Ax - \hat{g}(t). \quad (17)$$

Ahora se utilizan las ecuaciones (15) y (17) para reescribir la dinámica del sistema, lo que resulta en

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + g(t, x) + u(t) = -[\hat{g}(t) - g(t, x)] + Ke(t) \\ &= -\tilde{g}(t, x) + Ke(t). \end{aligned} \quad (18)$$

donde $\tilde{g}(t, x) = \hat{g}(t) - g(t, x)$ es una variable que se utiliza para simplificar el análisis algebraico; además, $\dot{\tilde{g}}(t, x) = \dot{\hat{g}}(t)$ ya que se asume que $g(t, x)$ es invariante en el tiempo, por lo que $\dot{g}(t, x) = 0$. También, la dinámica del error $e(t)$ se define como

$$\dot{e}(t) = -\dot{x} = \tilde{g}(t, x) - Ke(t), \quad (19)$$

Debido a que se pretende controlar el sistema, se estudia la estabilidad de $e(t)$ y $\tilde{g}(t, x)$; este último debe ser estable para garantizar el correcto funcionamiento de la señal de control, por lo tanto, se propone una Función Candidata de Lyapunov de la forma

$$V(e(t), \tilde{g}(t, x)) = \frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2}\tilde{g}^T \tilde{g}. \quad (20)$$

Se consideró la forma básica de la Función Candidata de Lyapunov para $\tilde{g}(t, x)$ para simplificar el análisis de un parámetro completamente desconocido. Asimismo, la derivada en función del tiempo de la ecuación anterior es

$$\dot{V}(e(t), \tilde{g}(t, x)) = e^T \dot{e} + \dot{\tilde{g}}^T \tilde{g} = e^T \tilde{g}(t, x) - e^T Ke(t) + \dot{\tilde{g}}^T \tilde{g} \quad (21)$$

Para garantizar que el resultado es definido negativo, K debe ser una matriz definida positiva y $e^T \tilde{g}(t, x) + \dot{\tilde{g}}^T \tilde{g} = 0$, lo que permite establecer la ecuación dinámica para $\tilde{g}(t, x)$ y, subsecuentemente, para $\hat{g}(t)$

$$\begin{aligned} 0 &= e^T \tilde{g}(t, x) + \dot{\tilde{g}}^T \tilde{g} \implies 0 = [e^T + \dot{\tilde{g}}^T] \tilde{g}(t, x) \\ \dot{\tilde{g}}(t, x) &= \dot{\hat{g}}(t) = -e(t) \implies \hat{g}(t) = -\int_0^t e(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (22)$$

donde $\dot{\hat{g}}(t, x) = \dot{\hat{g}}(t)$ es la dinámica de la estimación del término no lineal $g(t, x)$. Además, ¡el valor de $\hat{g}(t)$ es una Función de Control Integral, esto significa que no solamente acota el error en el dominio de la frecuencia s , sino que puede utilizarse para estimar términos no lineales! Con estos resultados, ¿cómo se puede controlar un sistema no lineal con la estimación de sus términos no lineales?

#MásQueTeoría

□ Una función cuadrática $a^T Bc$ cumple con la propiedad conmutativa, i.e. el orden de a y c no afecta el resultado

$$a^T Bc = c^T B a$$

□ Una señal de control $u(t)$ se encarga de eliminar el comportamiento natural de un sistema dinámico al introducir valores numéricos que lo llevan a seguir un comportamiento deseado x_d

□ La matriz de entradas B permite relacionar $u(t)$ con los estados del sistema donde se pueda usar una señal de control. Por ejemplo, el modelo de un Motor CD tiene una entrada de control en sus terminales de voltaje, i.e. $B = [\frac{1}{L} \ 0 \ 0]^T$, por lo tanto, utilizar una señal $u(t) = -B^\dagger x$ solamente controlará el primer estado, ya que el producto $Bu(t)$ da como resultado

$$Bu(t) = -BB^\dagger x = -\begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

□ El **Control Indirecto** hace un mapeo de la señal de control $u(t)$ hacia aquellos estados que no tengan una entrada de control. Para ello, se establece una matriz binaria de mapeo E en vez de $B^\dagger$

$$u(t) = -E Ax,$$

donde el número de filas de E hace referencia a los estados a controlar, mientras que el número de columnas representa el número de estados del sistema

□ El error $e(t)$ es la relación entre el comportamiento deseado y el comportamiento real, es decir

$$e(t) = x_d - x.$$

Debido a que x_d es invariante en el tiempo, la dinámica del error se describe como

$$\dot{e}(t) = -\dot{x}$$

#DatoDeAmor

Anteriormente se había estudiado la estabilidad de $x(t)$, sin embargo, cuando este es sometido a una señal de control $u(t)$, se debe estudiar la estabilidad del error $e(t)$, ya que su punto de equilibrio es universal y se encuentra en $e(t) = 0$, lo que simplifica el análisis sin depender de la complejidad del sistema dinámico a controlar

#MásQueTeoría

- ❑ Se considera que la derivada en función del tiempo $g(t, x)$ es cero para simplificar la ecuación que permite conocer su estimación $\hat{g}(t)$, de otra forma, se tendría que utilizar la ecuación (5) para definir $\dot{\hat{g}}(t)$, lo cual implicaría definir su matriz jacobiana $J(\hat{g})$ pero, al ser un término desconocido, esta también sería desconocida, lo que crearía redundancia en el problema

#DatoDeAmor

Las señales de control suelen definirse con términos sin derivadas, como $u(t) = k_p \cdot e(t)$. Cuando se estiman parámetros, **es complicado obtener ecuaciones matemáticas exactas que los definan, entonces se opta por establecer un modelo dinámico de la estimación**, el cual es integrado numéricamente (gracias a un bloque integrador) durante todo su ciclo de funcionamiento



Bloque integrador en Simulink ©

Conclusión

El análisis de términos no lineales suele ser omitido cuando se utilizan los métodos de control convencionales, ya que **se linealiza el comportamiento de un sistema, sin embargo, este tipo de omisiones pueden causar problemas si las señales de control no están diseñadas para manejar perturbaciones**. Esto ocasionaría que los parámetros de control, como las ganancias k_p , k_i y k_d , tengan que ser ajustados cada vez que el sistema cambia su comportamiento. **Si es posible estimar la no linealidad de un sistema, ¡entonces se pueden estimar los parámetros mencionados anteriormente!** A esto se le conoce como **Control Adaptable** 😊

¡Queremos ayudarte!

Escríbenos a contact@zdynamics.org o envíanos un mensaje por WhatsApp al **+523320807567** si quieres que te apoyemos con la investigación y desarrollo de tus proyectos

Control de Sistemas No Lineales

Esta teoría puede utilizarse para controlar casi cualquier sistema dinámico con términos no lineales sin necesidad de tener un modelo completamente definido. Partiendo de la ecuación (8), al sistema se le agrega una entrada $u(t)$ que controlará todos los estados del sistema:

$$\dot{x} = Ax + \cos(x) + u(t) = Af(t, x) + g(t, x) + u(t), \quad (23)$$

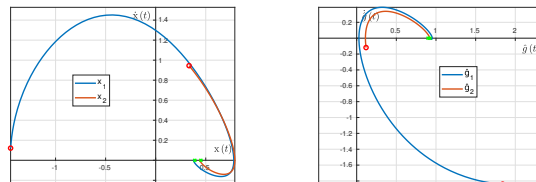
donde $u(t)$ será el definido con la ecuación (17), lo que lleva a reescribir la ecuación del sistema como

$$\dot{x} = -[\hat{g}(t) - \cos(x)] + Ke(t) = -\tilde{g}(t, x) + Ke(t), \quad (24)$$

con $\tilde{g}(t, x) = \hat{g}(t) - \cos(x)$. Para la simulación numérica, se utilizarán las ecuaciones (19) a (22), así como los siguientes parámetros del sistema dinámico:

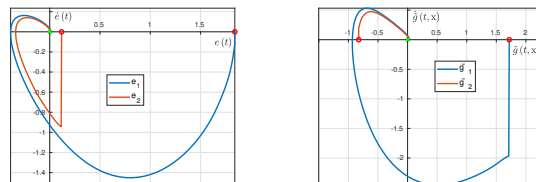
$$A = \begin{bmatrix} -0,1765 & -1,3320 \\ 0,7914 & -2,3299 \end{bmatrix}; \begin{cases} \lambda_1 = -0,9291 \\ \lambda_2 = -1,5773 \end{cases} \text{ y } x(0) = \begin{bmatrix} -1,4491 \\ 0,3335 \end{bmatrix}$$

Con la ecuación (17), $x(t)$ alcanza el punto deseado $x_d = [0,3914 \ 0,4517]^T$; además, $\hat{g}(t)$ estima rápidamente los valores reales del término no lineal



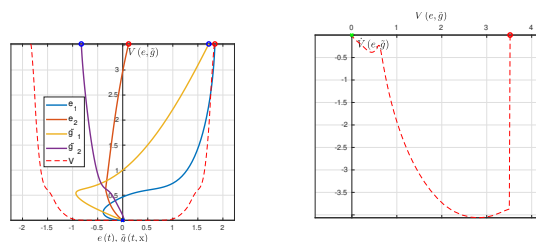
Retrato de fase de a) $x(t)$ y b) $\hat{g}(t)$

Lo anterior significa que $e(t)$ y $\tilde{g}(t, x)$ convergen, ya que la estimación numérica de la no linealidad se realiza con precisión



Retrato de fase de a) $e(t)$ y b) $\tilde{g}(t, x)$

La evolución de $e(t)$, $\tilde{g}(t, x)$ y $V(e, \tilde{g})$ muestran que **las condiciones iniciales $e(0) = x_d - x(0)$, $\tilde{g}(0, x(0)) = \hat{g}(0) - \cos(x(0))$ (puntos rojo y azul) delimitan la amplitud de la función candidata de Lyapunov, mientras que esta acota el comportamiento de $e(t)$ y $\tilde{g}(t, x)$ hasta que alcanzan sus puntos de equilibrio (puntos verde y amarillo)**



Representación gráfica de a) la Función Candidata de Lyapunov con la evolución de $e(t)$ y $\tilde{g}(t, x)$; b) Retrato de fase de $V(e, \tilde{g})$

Además, los valores de $V(e, \tilde{g})$ son negativos, por lo que se asume que la función es definida negativa; **¿esto significa que la estimación de un término no lineal siempre logra que los sistemas sean asintóticamente estables?** Para responderlo, se debe analizar su estabilidad como un sistema variante en el tiempo, ya que $\hat{g}(t)$ evoluciona en función de t y no de x directamente